【高認特化問題集】数学

―――――――第 10 回―――――――

　今回は、集合と有理化を学んで、40 点（合格点）を確実なものに出来ればと思います。

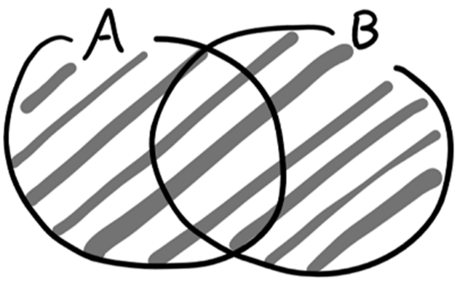
◇◇◇◇集合◇◇◇◇

　高卒認定の集合は最も基本的な２つの記号「 ∩ 」「 ∪ 」だけを押さえておけば、ほとんどの問題を解くことができるので、まずはそれだけをおさえる。

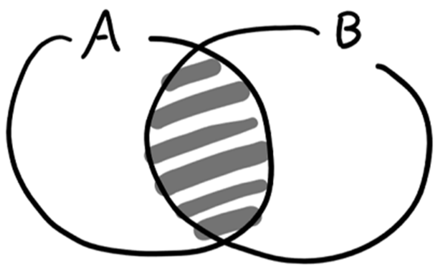
①「 $A\cup B$ 」は、“A または B” を意味する。（和集合）
②「 $A\cap B$ 」は。“A かつ B”、つまり “A と B の両方” を意味する。（積集合）

それぞれを図示すると（ベン図という）、下記のような感じになる。

①「 $A\cup B$ 」



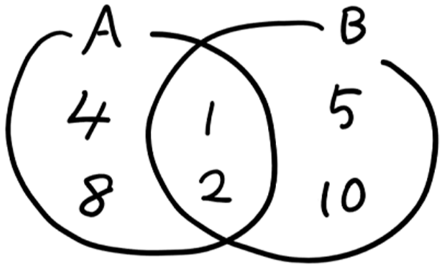
②「 $A\cap B$ 」



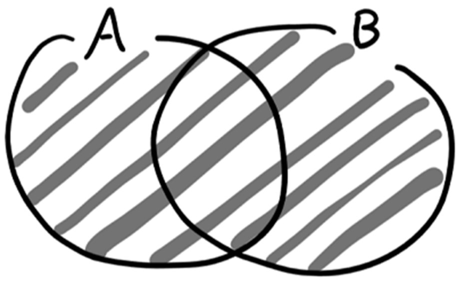
高認過去問　令和元年度 第１回 大問 1⑶
例題：A＝｛ １, ２, ４, ８ ｝、B＝｛ １, ２, ５, 10 ｝のとき、$A\cup B$ と等しい集合を選べ。

①　｛ 1, 2 ｝
②　｛ 4, 5, 8, 10 ｝
③　｛ 2, 4, 9, 18 ｝
④　｛ 1, 2, 4, 5, 8, 10 ｝

解説：A＝｛１, ２, ４, ８｝、B＝｛１, ２, ５, 10｝を図示すると、下記の通り。



そして、$A \cup B$ は“A または B”を意味するので、この部分が答えになるので、



よって、答えは④ということになる。

◇◇◇◇有理化◇◇◇◇

有理化とは、分母に$\sqrt{\ }$ を含む式を、$\sqrt{\ }$ の含まない式の形にすること。次の３つのポイントを上手く使って、分母を$\sqrt{\ }$ のない形に変えていく。

- 有理化のポイント①：$\sqrt{\ }$ は２乗になると$\sqrt{\ }$ が外れる。
  例：$\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$

- 有理化のポイント②：ある数に１をかけても、その大きさは変わらない。
  例：$10200 \times 1 = 10200$

- 有理化のポイント③：分母と分子が同じである分数は約分すると１になる。
  例：$1 = \frac{2}{2} = \frac{102}{102} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{2}+3}$　どれも大きさは同じで１。

例題：$\frac{1}{\sqrt{2}}$ を有理化しなさい。

解説：

$\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

元の数（$= \frac{1}{\sqrt{2}}$）に１（$= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$）をかけただけなので、元の数 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ と答え $\frac{\sqrt{2}}{2}$ は見た目は違うが、大きさは変わっていないということになる。そして、分母の $\sqrt{2}$ も 2 となり、$\sqrt{}$ が無くなっているので有理化が成功したことになる。

高認過去問　令和元年度 第１回 大問１(2)

例題：$\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}$ を有理化すると、$\sqrt{ア} - \sqrt{イ}$ になる。

解説：

（お試し）これまでと同じように、分母と同じものをかけ合わせて見る。

$\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}$

分母は $(\sqrt{7}+\sqrt{6}) \times (\sqrt{7}+\sqrt{6})$ の形になる。

$$(\sqrt{7}+\sqrt{6}) \times (\sqrt{7}+\sqrt{6}) = 7 + \sqrt{42} + \sqrt{42} + 6 = 13 + 2\sqrt{42}$$

このように計算しても$\sqrt{}$ が残ってしまう。　$\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{13+2\sqrt{42}}$

先の有理化のポイント①を考えると、分母は 2 乗のものだけにできると解けるということになる。

$(a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$ のような形だと、a^2 の形だけにはなっていない（ = $2ab$ が混じっている）。a^2 などの２乗のものしかない形にしようと思うと、$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ の形であればうまくいきそう。

＞分母が式の時の有理化の方法

① 分母が$\sqrt{A} + \sqrt{B}$ のときは、$\sqrt{A} - \sqrt{B}$ を分子と分母にかけて計算する。

② 分母が$\sqrt{A} - \sqrt{B}$ のときは、$\sqrt{A} + \sqrt{B}$ を分子と分母にかけて計算する。

あらためて問題を解く：

$$\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}\times\frac{\sqrt{7}-\sqrt{6}}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{6}}{7-6}=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{6}}{1}=\sqrt{7}-\sqrt{6}$$

となり、答えにたどり着ける。

☞もし、本番で解き方が分からなくなった場合、ダメもとで与式の数字を入れてあげると良いかもしれません。

$\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}$　この分母の数字、７と６を答えの$\sqrt{ア}-\sqrt{イ}$に当てはめて答えとする。